

# СИМУЛАЦИОНЕН МОДЕЛ ЗА ИЗГРАЖДАНЕ НА ПОРТФЕЙЛ ОТ ИНВЕСТИЦИОННИ ПРОЕКТИ ЧРЕЗ ОПТИМИЗАЦИЯ

Автор: Радостин Бояджиев<sup>1</sup>,

## Резюме

*Докладът ще представи модел за управление на портфейл на инвестиционни проекти в бизнес организации при инвестиране в реални активи. Ще се проведе симулация, за да се покажат ползите от модела и очакваните резултати.*

**Ключови думи:** *инвестиции, портфейл, оптимизация, симулация*

## Въведение

Управлението на инвестициите е важна дейност от фирменото управление. Чрез инвестиционната политика се цели постигането на целите от много други дейности на фирмата – маркетингова, производствена, иновационна, човешки ресурси и др. Именно за това е целесъобразно да се търсят начини за подобряване на ефективността и ефикасността на инвестициите.

Големите фирми обикновено провеждат по-мощна и активна инвестиционна политика от по-малките фирми. Те трябва да избират от множество проекти насочени към реализирането на различни цели. В повечето случаи в един период фирмата разработва и изпълнява множество от инвестиционни проекти. Изборът на това кои проекти да се осъществят и кои да се отхвърлят или отложат, трябва да става на база как цялата съвкупност от проекти ще допринесе за постигането на

---

<sup>1</sup> Радостин Бояджиев, докторант, катедра Индустриален бизнес,  
[radostinboyadzhiev@yahoo.com](mailto:radostinboyadzhiev@yahoo.com)

съвкупността от цели, а не на база отделни проекти. Така разглеждането на проектите като портфейл от инвестиционни проекти, а не като индивидуални, има повече предимства.

Чрез използването на портфейлната теория при управлението на инвестициите в реални активи може да се постигнат и същите предимства както при управлението на портфейл от финансови активи, а именно възможно най-добра комбинация по отношение на критерия риск-възвращаемост, при наличните ограничения. В настоящият труд ще бъде представен един от възможните методи за селекцията на проекти и съответно изграждането на портфейл – оптимизацията.

### Теоретична постановка на модела

В инвестиционната теория и практика се използва както линейна така и нелинейна оптимизация. Заради спецификата на избраните показатели (най-вече тези за риск – стандартно отклонение и дисперсия) ще се използва нелинейна оптимизация. По същество самия процес намира най-добрият вариант на изпълнение при зададените условия. Ще използваме варианта за минимум риск при определена доходност. Изборът върху този вариант е направен заради презумпцията, че инвеститора би определил изискуемата доходност по-лесно, отколкото риска, изразен чрез статистически показател.

Ще използваме добре познати показатели като: ковариация между различните проекти, доходност на всеки проект и на портфейла измерен чрез нетната настояща стойност, риск на всеки проект изразен чрез дисперсията и стандартното отклонение. За доходност на всеки проект и за портфейла може да се използват и други показатели като : вътрешна норма на възвращаемост и модифицирана вътрешна норма на възвращаемост. Изборът ни върху NPV е продиктуван от използването му в практиката и неговото препоръчване в литературата, като най-точно метод отчитащ целта за повишаване богатството на инвеститорите.

Основната функция на оптимизационното уравнение ще бъде:

$$Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j cov_{ij} \rightarrow \min$$

$$\sum_{i=1}^n X_i \times NPV_i = NPV$$

където:

$NPV_i$  е очакваната нетна настояща стойност на  $i$ -тия проект;

$x_i$  – дял отразяващ степента на приемане на  $i$ -тия проект – неизвестна величина;

$0 \leq x_i \leq 1$

$w_i$  - относителен дял (изчислен на база инвестиционни разходи) на  $i$ -тият проект в портфейла ;

$cov_{ij}$  – ковариацията между нормите на възвращаемост на  $i$ -тия и  $j$ -тия проект;

$NPV$  – изискуемата нетна настояща стойност на портфейла от инвеститора;

Към оптимизационното уравнение трябва да се въведе ограничение, което да отразява ресурсната ограниченост на фирмата. Да приемем, че фирмата има на

разположение всяка година определена сума за инвестиране. Това означава, че общите годишни инвестиционни разходи на проектите, включени в портфейла, не могат да надвишават определените годишни суми. Възможно е и въвеждането на други подобни ограничения свързани с недостига на други видове ресурси – човешки, материални, времеви и т.н. В случая ще се предвидим недостиг само на финансови ресурси.

$$\sum_{i=0}^m K_{it} \times X_i \leq I_t$$

където:

$K_{it}$  е необходимите инвестиционни разходи по години за  $i$ -ят проект;

$I_t$  – налични инвестиционни средства по години

Оптимизацията може да се повтори като разликата да е само в изискваната нетната настояща стойност на портфейла. Всяка следваща оптимизация ще изисква нетната настояща стойност по-висока от получената при предишната оптимизация. Така ще може да се изгради ефективният фронт изграден от наличните инвестиционни проекти и да се получи визуална представа на различните варианти за разполагане на портфейла в равнината риск-възвращаемост и да се избере този, който отговаря най-добре на изискванията на бизнес организацията.

Нетната настояща стойност на портфейла ще се изчислява по формулата:

$$NPV_p = \sum_{i=1}^n X_i \times NPV_i$$

където:

$NPV_p$  е нетната настоящата стойност на портфейла;

$NPV_i$  - нетната настояща стойност на  $i$ -ят проект в портфейла;

$X_i$  - дялът с който е приет  $i$ -ят проект в портфейла.  $0 \leq X_i \leq 1$ ;

Рискът на портфейла ще бъде дисперсията на портфейла получен чрез :

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n w_i w_j cov_{ij}$$

където:

$\sigma_p^2$  - дисперсия на портфейла;

$w_i$  - относителния дял на  $i$ -тия проект, като  $i = 1, 2, 3 \dots n$ ;

$\sigma_i^2$  – индивидуалния риск на  $i$ -тия проект, измерени чрез дисперсията;

$cov_{ij}$  – ковариацията между  $i$ -тия и  $j$ -тия проект, като  $i \neq j = 1, 2, 3 \dots n$ ;

Относителните дялове на проектите ( $w$ ) се изчисляват на база съотношението на осъвременените инвестиционни разходи за проекта към общите осъвременени инвестиционни разходи за портфейла.

$$W_i = \frac{PVI_i}{PVI_p}$$

където:

$w_i$  е относителният дял на  $i$ -ят проект;

$PVI_i$  – осъвременените инвестиционни разходи за осъществяването на  $i$ -ят проект;

$PVI_p$  – осъвременените инвестиционни разходи за осъществяването на портфейла (общите осъвременени разходи на всички проекти включени в портфейла).

Неизвестната величина при оптимизацията ще бъде дялове на приемане на всеки проект („ $x$ “). Той може да варира от 0 до 1, като при нула проекта ще бъде напълно отхвърлен, а при единица напълно приет. Стойностите между нула и едно ще зависят от делимостта на проекта.

### Симулация на оптимизационния модел

Разработени са осем инвестиционни проекта като паричните потоци са изчислени на база три възможни състояния на икономиката. За всяко от тях е определен процент характеризиращ възможността за осъществяване на варианта. Съответно процентите са : 35%, 40% и 25%-та. Възможните парични потоци са представени в таблица 1.

Таблица 1. Парични потоци, в хил.

	ИП 1	ИП 2	ИП 3	ИП 4	ИП 5	ИП 6	ИП 7	ИП 8
Г.0	-1 000лв	-500лв.	-500лв.	-300лв.	0лв.	-150лв.	0 лв.	-250лв.
Г.1	-750лв.	-500лв.	-750лв.	-400лв.	-750лв.	-250 лв.	-250лв	-250лв
Г.2	0 лв.	-250лв.	0 лв.	-900лв.	-150лв.	-500лв	-250лв	-200лв
Г.3	200 лв.	100лв.	300лв	150лв	100лв	100лв	50лв	100лв
	250 лв.	125 лв.	350лв	180лв	150лв	150лв	75лв	120лв
	300 лв.	150 лв.	450лв	250лв	175лв	175лв	125лв	150лв
Г.4	400лв.	125лв	300лв	400лв	150лв	100лв	150лв	100лв
	450 лв.	150лв	350лв	450лв	300лв	150лв	225лв	120лв
	470лв.	300лв	450лв	600лв	350лв	175лв	350лв	150лв
Г.5 – Г.8	400лв.	300лв	300лв	400лв	150лв	175лв	150лв	300лв
	450 лв.	450лв	350лв	450лв	300лв	350лв	225лв	400лв
	470лв	600лв	450лв	600лв	350лв	450лв	350лв	800лв
Г.9	400лв.	300лв	300лв	400лв	150лв	175лв	150лв	0лв
	450 лв.	450лв	350лв	450лв	300лв	350лв	225лв	0лв
	470лв	600лв	450лв	600лв	350лв	450лв	350лв	0лв
Г.10	400лв.	300лв	0лв	0лв	150лв	175лв	0лв	0лв

	ИП 1	ИП 2	ИП 3	ИП 4	ИП 5	ИП 6	ИП 7	ИП 8
	450 лв.	450лв	0лв	0лв	300лв	350лв	0лв	0лв
	470лв	600лв	0лв	0лв	350лв	450лв	0лв	0лв

За изчисляването на средните парични потоци на всеки един проект е използвана следната формула:

$$\bar{C} = \sum_{n=0}^m C_n \times P_i$$

където:

$C_n$  е стойността на паричния период в състояние  $n$ ;

$P_i$  – процент на вероятност.

За оценка на възвращаемостта на проектите е избран показателя нетна настояща стойност (NPV). Той се изчислява по стандартната формула:

$$NPV = - \sum_{t=0}^m \frac{I_t}{(1+k)^t} + \sum_{t=m+1}^n \frac{C_t}{(1+k)^n}$$

където:

$I_t$  са инвестиционните разходи извършени за осъществяването на проекта;

$C_t$  – нетният доход в  $t$ -ата година от периода на нормална експлоатация на обекта;

$k$  – цена на капитала на фирмата, като част от 1,0. Използва се за дисконтиране.

При цена на капитала определена на 10% се получават следните стойности на NPV за проектите:

**Таблица 2** Нетна настояща стойност

	Проект 1	Проект 2	Проект 3	Проект 4	Проект 5	Проект 6	Проект 7	Проект 8
NPV	102 504,31 лв.	346 962,92 лв.	256 578,29 лв.	270 978,61 лв.	249 465,73 лв.	341 829,82 лв.	280 338,81 лв.	734 233,21 лв.

Всички проекти са с положителна нетна настояща стойност и следователно отговарят на изискването да увеличават благосъстоянието на инвеститора и могат всички да бъдат изпълнени. Практически това не може да бъде изпълнено заради недостиг на инвестиционни средства на фирмата. Целта е да се състави портфейл от проекти с най-добра комбинация риск-възвращаемост и осигурено финансиране.

За рисков показател на проектите се използват стандартното отклонение и дисперсията. Използват се следните формули:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n (C_i + C_t)^2 \times P_i$$

където

$\sigma^2$  е дисперсията на паричния поток;

$C_i$  – стойността на паричния поток при състояние на икономиката  $i$ ;

$C_t$  – средна стойност на паричния поток в периода  $t$ ;

$P_i$  – процент на вероятност;

$$\sigma_{(npv)} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{\sigma_t^2}{(1 + \varepsilon)^{2t}}}$$

където

$\sigma_{(npv)}$  е стандартно отклонение на нетната настояща стойност на проекта;

$\varepsilon$  – безрискова норма на дисконтиране;

$\sigma_t^2$  - дисперсията на паричния поток в периода  $t$ ;

Получените резултати за стандартното отклонение на нетната настояща стойност са представени в таблица 3 .

**Таблица 3.** Стандартно отклонение на проектите

	Проект 1	Проект 2	Проект 3	Проект 4	Проект 5	Проект 6	Проект 7	Проект 8
$\sigma_{(npv)}$	49 536,27 лв.	150 473,37 лв.	89 171,97 лв.	109 607,41 лв.	119 053,22 лв.	137 666,59 лв.	100 650,10 лв.	232 349,22 лв.

Целта на метода е да се изгради портфейл от инвестиционни проекти с най-добри характеристики по отношение на риск-възвращаемост. За определяне на риска на един портфейл трябва да отчетем взаимната зависимост между проектите. Използваме ковариацията за определяне на зависимостта между паричните потоци на всяка двойка проекти.

$$cov_{ab} = \sum_{i=1}^n [(C_{ai} - C_{ta}) \times (C_{bi} - C_{tb})] \times P_i$$

където

$Cov_{ab}$  е ковариация между проектите а и б;

$C_{ai}$  – стойността на паричния поток на проект а при състояние на икономиката  $i$ ;

$C_{ta}$  – средната стойност на паричния поток на проект а в период  $t$ ;

$C_{bi}$  - стойността на паричния поток на проект б при състояние на икономиката  $i$ ;

$C_{tb}$  - средната стойност на паричния поток на проект б в период  $t$ ;

$P_i$  – процент на вероятност;

Изчисляваме ковариацията за всяка двойка проекти и съставяме вариационно-ковариационната матрица. По главния диагонал са разположени ковариациите на двойките еднакви проекти ( $cov_{11}$  ,  $cov_{22}$  и т.н.). Всъщност това представляват дисперсиите на проектите.

**Таблица 4.** Вариационно-ковариационна матрица

	Проект 1	Проект 2	Проект 3	Проект 4	Проект 5	Проект 6	Проект 7	Проект 8
П1	2 453 842 188,67 лв.	5 962 645 794,28 лв.	3 910 691 478,92 лв.	4 244 083 840,92 лв.	5 341 403 834,90 лв.	5 745 930 696,35 лв.	3 913 621 191,76 лв.	6 874 606 017,95 лв.
П2	5 962 645 794,28 лв.	22 642 234 807,23 лв.	11 318 640 388,00 лв.	14 635 661 898,81 лв.	16 192 534 102,15 лв.	19 871 251 712,64 лв.	13 041 677 221,48 лв.	29 777 063 462,40 лв.
П	3 910 691	11 318 640	7 951 640	9 450 508	8 540 853	9 597 343	8 203 898	16 503 450

	Проект 1	Проект 2	Проект 3	Проект 4	Проект 5	Проект 6	Проект 7	Проект 8
3	478,92 лв.	388,00 лв.	695,15 лв.	795,96 лв.	669,14 лв.	723,14 лв.	188,44 лв.	157,85 лв.
П 4	4 244 083 840,92 лв.	14 635 661 898,81 лв.	9 450 508 795,96 лв.	12 013 784 700,58 лв.	10 294 712 016,65 лв.	11 826 904 168,70 лв.	10 371 958 731,70 лв.	22 185 492 278,24 лв.
П 5	5 341 403 834,90 лв.	16 192 534 102,15 лв.	8 540 853 669,14 лв.	10 294 712 016,65 лв.	14 173 668 146,71 лв.	15 274 921 391,95 лв.	9 861 527 892,91 лв.	18 520 846 807,48 лв.
П 6	5 745 930 696,35 лв.	19 871 251 712,64 лв.	9 597 343 723,14 лв.	11 826 904 168,70 лв.	15 274 921 391,95 лв.	18 952 090 367,69 лв.	10 812 722 587,08 лв.	25 786 733 912,19 лв.
П 7	3 913 621 191,76 лв.	13 041 677 221,48 лв.	8 203 898 188,44 лв.	10 371 958 731,70 лв.	9 861 527 892,91 лв.	10 812 722 587,08 лв.	10 130 441 946,90 лв.	18 530 493 607,11 лв.
П 8	6 874 606 017,95 лв.	29 777 063 462,40 лв.	16 503 450 157,85 лв.	22 185 492 278,24 лв.	18 520 846 807,48 лв.	25 786 733 912,19 лв.	18 530 493 607,11 лв.	53 986 161 785,55 лв.

Друга цел на метода е получените варианти за портфейли да бъдат с осигурено финансиране. Тоест при съставянето на портфейлите трябва да се съобрази нужните инвестиции по години на всички проекти в портфейла да не надвишават определените налични инвестиционни средства. Те са представени в таблица 5.

Таблица 5. Инвестиционни средства по години

	Година 0	Година 1	Година 2
Налични средства	1 700 000 лв.	2 000 000 лв.	1 200 000 лв.

Може да се въведе и изискване за минимална стойност на NPV на портфейла. Ако такова условие не се въведе симулациите ще изведат всички възможни варианти и ще може да се построи ефективният фронт. Той ще показва всички възможни комбинации от проекти при наличните ограничения. Ако се въведе минимална стойност на NPV ще се изведе само тази част от ефективния фронт при които нетната настояща стойност е по-голяма от изискуемата. В този случай ще въведем минимална изискуема нетна настояща стойност от 1 500 000 лв. ( $NPV_p \geq 1\,500\,000$ ).

При съставянето на оптимизационното уравнение е нужно да се съобразим с всички подставени ограничения.

$$Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j cov_{ij} \rightarrow \min$$

$$\sum_{i=1}^n X_i \times NPV_i \geq 1\,500\,000$$

Проектите са неделими, което означава, че могат да бъдат изцяло приети или изцяло отхвърлени. Тоест възможните стойности на "x" са 0 или 1.

$$X_i = 0,1$$

В началото започваме със изискване за нетна настояща стойност от минимум 1 500 000 лв – изискуемата стойност. След първото генериране на възможен

портфейл ще получим нетната настояща стойност при възможно най-нисък риск. На следващия етап ще поставим изискване за NPV по-голяма от стойността на предишния портфейл. Така ще получим следващият по-риск вариант. Процесът ще продължи до изчерпване на възможните варианти.

Ограниченията за инвестираните средства по години ще се въведе със следните три уравнения. За първия период ( година 0 – настоящият момент):

$$\sum_{i=0}^m K_i \times X_i \leq 1\,700\,000$$

За втория период (година 1):

$$\sum_{i=0}^m K_i \times X_i \leq 2\,000\,000$$

За третия период (година 2):

$$\sum_{i=0}^m K_i \times X_i \leq 1\,200\,000$$

След провеждането на симулацията се получават пет възможни варианта. Те са представени на таблица 6 .

**Таблица 6.** Резултати от симулациите

NPV	Проекти	Станд. отклонение
1 623 120,35 лв	1, 3, 5, 7, 8	91 408,20
1 644 633.23 лв	1, 3,4,7,8	93 556,38
1 715 484,44 лв	1,3,6,7,8	94 734,51
1 964 950.18 лв	1,3,5,6,7,8	96 649,54
2 138 557.57 лв	2,3,4,5,7,8	120 325,53

Крайното решение къде точно да бъде разположена инвестицията, зависи от индивидуалните предпочитания на инвеститора по отношение на връзката риск-възвращаемост. Инвеститори склони към поемането на риск биха предпочели петия вариант. Той се характеризира с най-голяма нетна настояща стойност, но и с най-високо стандартно отклонение. Обратното инвеститори избягващи риска биха предпочели първия вариант. Той има най-ниска нетна настояща стойност и съответно най-ниско стандартно отклонение. Ако дори този вариант е прекалено рисков за тях то тогава те биха намалили изискуемата нетна настояща стойност и биха получили варианти със още по-малък риск.

Използването на портфейлната теория при управлението на инвестициите в реални активи има своето място както чисто теоретично, така и практически. Изграждането на портфейл от проекти и управлението на инвестициите по-този начин несъмнено ще доведе до по-ефективно изразходване на инвестиционните средства на бизнес организацията. При ограничението на тези средства и важната



роля на инвестиционната политика по-отношение на конкурентоспособността и растежа на фирмата, повишаването на ефективността и ефикасността на инвестициите е важна задача пред мениджмънта на фирмата. Предложеният метод посочва най-добрите налични възможности за инвестиране и дава възможност да се вземе едно по-информирано решение по въпроса къде да се инвестира.

**Използвана литература:**

1. Георгиев, Ив. Основи на инвестирането. Издателски комплекс УНСС, София. 2013
2. Георгиев, Ив., Цв. Цветков, Д. Благоев, Мениджмънт на фирмените иновации и инвестиции, Издателски комплекс УНСС, София, 2013
3. Chandra, Prasana, Projects. Preparation, Appraisal, Budgeting and Implementation, Third ed., New Delhi, Tata McGraw-Hill